

Oraux Centrale

Exercice 1 (★★★★★) – Oral Centrale PC 2018 (RMS 129-2 1064)

Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$ diagonalisable. Calculer le déterminant de $f_A: M \in S_n(\mathbb{R}) \longrightarrow A^T M A \in S_n(\mathbb{R})$.

Exercice 2 (★★★★☆) – Oral Centrale PC 2024 (RMS 134-1 1345)

Soit E un $\mathbb{C}$ -espace vectoriel de dimension $n \geq 2$. Soit p un projecteur de E de rang $r \leq n-1$. Soit $\Phi: \mathcal{L}(E) \longrightarrow \mathcal{L}(E)$ définie par $\forall f \in \mathcal{L}(E), \Phi(f) = \frac{1}{2}(f \circ p + p \circ f)$.

1. Calculer Φ^2 et Φ^3 .
2. Montrer que Φ est diagonalisable.
3. Trouver les valeurs propres et les espaces propres de Φ .

Exercice 3 (★★★★★) – Oral Centrale PSI 2024 (135-1 1297)

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $A \in M_n(\mathbb{K})$ diagonalisable. Soit $p \in \llbracket 1, n \rrbracket$ le nombre de valeurs propres distinctes de A . Dénombrer les $P \in \mathbb{K}_{p-1}[X]$ tels que A et $P(A)$ soient semblables.

Exercice 4 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2024 (RMS 135-1 1271)

Soient E un $\mathbb{C}$ -espace vectoriel de dimension n et $f \in \mathcal{L}(E)$. Pour $k \in \mathbb{N}$ on pose $r_k = \text{rg}(f^k)$.

1. Montrer que la suite (r_k) est décroissante et stationnaire.
2. Montrer que la suite $(r_k - r_{k+1})$ est décroissante.
Indication. On pourra considérer $g: x \in f^k(E) \longmapsto f(x) \in f^{k+1}(E)$.

Exercice 5 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2024 (RMS 134-1 1270)

Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$ et $\Phi_A: M \in M_n(\mathbb{R}) \longmapsto MA - AM$.

1. Montrer que Φ_A est un endomorphisme non injectif.
2. Trouver la dimension de $\ker(\Phi_A)$ dans le cas où $A = \text{diag}(1, \dots, n)$.
3. Soit $\Phi: A \in M_n(\mathbb{R}) \longmapsto \Phi_A \in \mathcal{L}(M_n(\mathbb{R}))$. Montrer que Φ est linéaire et déterminer son noyau.

Exercice 6 (★★★★☆) – Oral Centrale PC 2022 (RMS 133-2 1041)

Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$ telle que $A^n = 0$ et $A^{n-1} \neq 0$.

1. Donner une matrice T , la plus simple possible, telle que A soit semblable à T .
2. Soit $B \in M_n(\mathbb{R})$ commutant avec A . Montrer que B est un polynôme en A .

Exercice 7 (★★☆☆☆) – Oral Centrale PSI 2025 (RMS 136-1 1254)

Soit $n \geq 2$ et $E = \mathbb{R}_n[X]$.

1. Rappeler la formule de Taylor pour $P \in E$ et $a \in \mathbb{R}$; la démontrer dans le cas où $a = 0$.
2. Soit $P \in E$. Montrer qu'il existe un unique $Q \in E$ tel que $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)Q(x) = \int_1^x P(t) dt$.
3. On note f l'application qui à P associe Q . Montrer que f est un endomorphisme de E diagonalisable.

Exercice 8 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2025 (RMS 136-1 1253)

Soit E un $\mathbb{C}$ -espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$ et $u \in \mathcal{L}(E)$ nilpotent. Soit $p \in \mathbb{N}^*$ tel que $u^p = 0$.

1. Montrer que $\text{Sp}(u) = \{0\}$.
2. Soit $v = \sum_{k=0}^{p-1} u^k$. Montrer que v est un automorphisme et trouver v^{-1} .
3. Montrer que $\ker(v - \text{id}) = \ker(u)$.
4. Trouver le spectre de v .

Exercice 9 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2018 (RMS 129-2 1008)

Soit $x \in \mathbb{R}^n$ non nul, et E_x l'ensemble des matrices de $M_n(\mathbb{R})$ admettant x comme vecteur propre. Montrer que E_x est un espace vectoriel, préciser sa dimension.

Exercice 10 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2025 (RMS 136-1 1252)

1. Soit $A \in M_n(\mathbb{C})$. Montrer que A est nilpotente si, et seulement si $\chi_A = X^n$.
2. Soit $A \in M_n(\mathbb{C})$. On suppose que A est semblable à $2A$. Que peut-on dire de χ_A ? Montrer que A est nilpotente.
3. On pose $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Montrer que A est semblable à $2A$.
4. Soit $A \in M_n(\mathbb{C})$ telle que $A^{n-1} \neq 0$ et $A^n = 0$. Montrer que A est semblable à $2A$.

Exercice 11 (★★★★☆) – Oral Centrale PC 2022 (RMS 133-2 1050)

Soit E un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension finie n et $f \in \mathcal{L}(E)$ un endomorphisme. On pose C_f l'ensemble des endomorphismes $g \in \mathcal{L}(E)$ qui commutent avec f . On suppose que f est diagonalisable et on note $\text{Spec}(f)$ l'ensemble de ses valeurs propres et E_λ ses espaces propres associés.

1. Montrer que C_f est un espace vectoriel de dimension finie.
2. Montrer que $g \in C_f \Leftrightarrow \forall \lambda \in \text{Spec}(f), E_\lambda$ stable par g .
3. En déduire un isomorphisme entre C_f et $\bigoplus_{\lambda \in \text{Spec}(f)} \mathcal{L}(E_\lambda)$ puis qu'on a $\dim C_f = \sum_{\lambda \in \text{Spec}(f)} \alpha_\lambda^2$ où α_λ est la multiplicité de λ .
4. On suppose que les valeurs propres de f sont simples. Montrer que $(\text{id}_E, f, f^2, \dots, f^{n-1})$ est une base de C_f .

Exercice 12 (★★★★☆) - Oral Centrale MP

Soit $A \in M_n(\mathbb{K})$ une matrice de rang 1 avec $n \geq 2$.

1. Montrer que $X(X - \text{Tr}(A))$ est un polynôme annulateur de A .
2. En déduire que A est diagonalisable si, et seulement si $\text{Tr}(A) \neq 0$ et que si $\text{Tr}(A) = 0$ alors A est semblable à

$$\begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Donner une base de vecteurs propres de $A = \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}_{1 \leq i, j \leq n}$.

Exercice 13 (★★★★☆) – Oral Centrale-Supélec

On considère une matrice $A \in M_n(\mathbb{K})$ de polynôme caractéristique scindé. On note g et d les endomorphismes de $M_n(\mathbb{K})$ définis par $g(M) = AM$ et $d(M) = MA$. Enfin on note $\varphi = g + d$, i.e. $\forall M \in M_n(\mathbb{K}), \varphi(M) = AM + MA$.

- (a) Montrer que le spectre de g dans $\mathbb{K}$ est celui de A .
(b) Montrer que le spectre de d est également celui de A .
- Vérifier que g et d commutent. On admet que cela implique qu'il existe une base dans laquelle g et d sont simultanément triangulaires supérieures. En déduire que

$$\mathrm{Sp}(\varphi) = \{\lambda + \mu \mid \lambda, \mu \in \mathrm{Sp}(A)\}.$$

- Donner une condition nécessaire et suffisante portant sur le spectre de A pour que φ soit un automorphisme.

Exercice 14 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2025 (RMS 136-1 1255)

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $ab(a - b) \neq 0$. Soient E un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel de dimension $n \geq 3$ et $f, u, v \in \mathcal{L}(E)$ vérifiant $f = au + bv$, $f^2 = a^2u + b^2v$ et $f^3 = a^3u + b^3v$.

- Donner un exemple d'endomorphisme $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ diagonalisable et non nul vérifiant ces conditions.
- On revient au cas général. Montrer que f est diagonalisable.
- Montrer que u et v sont des projecteurs qui commutent.

Exercice 15 (★★★★★) - Inspiré d'un d'oral Centrale-Supélec 2022

L'objectif de cet exercice est de montrer que toute matrice réelle de trace nulle est orthogonalement semblable à une matrice dont les éléments diagonaux sont nuls.

- Soit $M = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Déterminer $P \in O_3(\mathbb{R})$ telle que $P^{-1}MP$ soit à coefficients diagonaux nuls.
- Soit E un espace euclidien muni d'un produit scalaire noté $\langle \cdot, \cdot \rangle$ et u un endomorphisme de E . On suppose que u admet deux valeurs propres λ, μ telles que $\lambda\mu < 0$. On considère deux vecteurs propres de u , x et y , unitaires associés respectivement à λ et μ . Montrer qu'il existe $z \in \mathrm{Vect}(x, y)$ unitaire tel que $\langle u(z), z \rangle = 0$.
- Montrer le résultat souhaité pour les matrices symétriques réelles.
- Montrer le résultat souhaité pour toute matrice de $M_n(\mathbb{R})$.

Exercice 16 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2018 (RMS 129-2 1016)

Soit $\varphi: x \mapsto e^{-x^2}$.

- Montrer que φ est de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$ et que, pour tout n , il existe $P_n \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que $\varphi^{(n)}: x \mapsto P_n(x)e^{-x^2}$.
- Montrer que (P_n) est une famille orthogonale pour le produit scalaire défini par

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(t)\varphi(t) dt.$$

- Montrer, pour tout n , que P_n admet n racines réelles distinctes.

Exercice 17 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2018 (RMS 129-2 1024)

Soit E un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel de dimension n muni d'un produit scalaire $\langle \cdot, \cdot \rangle$. On note $S(E)$ l'ensemble des endomorphismes symétriques de E et $S^+(E)$ l'ensemble des endomorphismes symétriques dont toutes les valeurs propres sont positives.

1. Déterminer les éléments de $S^+(E)$ qui sont orthogonaux.
2. Montrer qu'un endomorphisme $u \in S(E)$ appartient à $S^+(E)$ si, et seulement si, pour tout $x \in E$, $\langle x, u(x) \rangle \geq 0$. En déduire que $S^+(E)$ est stable par addition.
3. Soit $u \in S^+(E)$. Montrer qu'il existe $v \in S^+(E)$ tel que $u = v^2$.
4. Soit $u, v \in S^+(E)$. Montrer que $\ker(u + v) = \ker(u) \cap \ker(v)$.

Exercice 18 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2024 (RMS 135-1 1292)

Soit E un espace euclidien.

1. Soit $p \in \mathcal{L}(E)$ un projecteur orthogonal. Montrer que p est autoadjoint et 1-lipschitzien.

Soient $p, q \in \mathcal{L}(E)$ deux projecteurs orthogonaux.

2. Montrer que χ_{p+q} est scindé sur $\mathbb{R}$.
3. Montrer que les racines de χ_{p+q} appartiennent à $[0, 2]$.

Exercice 19 (★★★★☆) – Oral Centrale PC 2015

Soit $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien et f un endomorphisme orthogonal de E . On pose $g = f - \text{id}_E$.

1. Montrer que $\text{im } g = (\ker g)^\perp$.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on considère

$$p_n = \frac{1}{n} (\text{id}_E + f + \cdots + f^n).$$

Montrer que pour tout $x \in E$, $p_n(x)$ converge vers $p(x)$, le projeté orthogonal de x sur $\ker g$.

Exercice 20 (★★★★★) – Oral Centrale MP 2023

Soit G un groupe fini d'ordre N . On note $\widehat{G}$ le groupe des morphismes $G \rightarrow \mathbb{C}^*$ appelé *groupe dual* de G .

1. (a) Rappeler la définition de l'ordre d'un élément $g \in G$.
(b) Que peut-on dire de l'ordre de $\phi(g)$ pour $g \in G$ et $\phi \in \widehat{G}$?
(c) Montrer que $\widehat{G}$ est fini. On note $\widehat{N}$ son cardinal.
2. (a) Montrer que pour tout $\phi \in \widehat{G} \setminus \{1\}$, $\sum_{g \in G} \phi(g) = 0$.
(b) Montrer que $\widehat{G}$ est une famille libre de $\mathbb{C}^G$. En déduire que $\widehat{N} \leq N$.
3. On souhaite déterminer $\widehat{\mathfrak{S}_n}$. Soit $\phi \in \widehat{\mathfrak{S}_n}$.
(a) Montrer que pour toute transposition τ , on a $\phi(\tau) \in \{-1, 1\}$.
(b) Montrer que si $\phi((1\ 2)) = -1$ alors pour toute transposition τ , $\phi(\tau) = -1$.
(c) En déduire que $\widehat{\mathfrak{S}_n} = \{1, \varepsilon\}$ où ε désigne la signature de $\mathfrak{S}_n$. A-t-on $\widehat{N} = N$ en général?

Exercice 21 (★★★★★) – Oral Centrale PC 2018 (RMS 129-2 1080)

On pose $E = \{A \in M_2(\mathbb{C}) \mid \exists n \in \mathbb{N}^*, A^n = I_2\}$ et $F = \{A \in M_2(\mathbb{C}) \mid \forall \lambda \in \text{Sp}(A), |\lambda| = 1\}$.

1. Montrer que $E \subset F$.
2. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Montrer que $\frac{\lfloor n\alpha \rfloor}{n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \alpha$. En déduire que F est inclus dans l'adhérence de E .
3. Montrer que F est fermé. Conclure.

Exercice 22 (★★★★☆) – Oral Centrale MP 2024 (RMS 135-1 1227)

1. Soient E et E' deux espaces vectoriels normés et $u \in \mathcal{L}(E, E')$. Montrer que u est continue si et seulement si elle est continue en 0.
2. On considère maintenant $E = \mathcal{C}^1([-1, 1], \mathbb{R})$ muni de la norme infinie. Pour φ forme linéaire sur E , on pose $N(\varphi) = \sup \{ |\varphi(f)| \mid f \in \mathbb{S}_{\|\cdot\|_\infty}(0, 1) \} \in [0, +\infty]$. Calculer $N(\varphi)$ avec $\varphi: \int_{-1}^0 f - \int_0^1 f$.

Exercice 23 (★★★★☆) – Oral Centrale MP 2022 (RMS 133-2 1031)

Soit E un espace euclidien de dimension $n \geq 2$.

1. (a) Montrer que $\mathrm{SL}(E) = \{u \in \mathcal{L}(E) \mid \det(u) = 1\}$ est un sous-groupe fermé de $\mathrm{GL}(E)$ mais pas un compact.
(b) Donner un exemple de sous-groupe compact non trivial de $\mathrm{GL}(E)$.
2. On considère G un sous-groupe compact de $\mathrm{GL}(E)$ et l'on pose $N(x) = \max \{\|g(x)\| \mid g \in G\}$. Montrer que N est bien définie, que c'est une norme sur E et que $\forall x \in E, \forall g \in G, N(g(x)) = N(x)$.
3. Étudier les cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire pour N .

Exercice 24 (★★★★☆) – Oral Centrale MP 2022 (RMS 133-2 1040)

Soit f une fonction réelle définie sur un intervalle I .

1. On suppose que f est de classe $\mathcal{C}^1$. Montrer que $f'(I)$ est un intervalle.
2. Donner un exemple de fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ dérivable mais pas de classe $\mathcal{C}^1$.
3. On suppose que f est dérivable sur I . Montrer que $\{(x, y) \in I^2 \mid x < y\}$ est une partie connexe par arcs de $\mathbb{R}^2$. En déduire que $f'(I)$ est un intervalle.
4. La fonction partie entière admet-elle une primitive définie sur $\mathbb{R}$?

Exercice 25 (★★★★☆) – Oral Centrale MP 2025 (RMS 136-1 1213)

Pour $n \geq 1$, soit $f_n: x \in \mathbb{R} \mapsto \frac{1}{n} \operatorname{Arctan}\left(\frac{x}{n}\right)$. On pose $f = \sum_{n=1}^{+\infty} f_n$.

1. Montrer que f est bien définie et de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$. La convergence de $\sum f_n$ est-elle uniforme sur $\mathbb{R}$?
2. Montrer que $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$ et $f'(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$.
3. Trouver un équivalent de $f'(x)$ en $+\infty$.

Exercice 26 (★★★★☆) – Oral Centrale MP 2022 (RMS 133-2 1061)

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_0 \in]0, \frac{\pi}{2}[$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sin(u_n)$. On pose $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$a_n = \int_0^{u_n} \frac{1}{1 + \sin(t)} dt.$$

1. Étudier la limite de (u_n) et le comportement de la suite (a_n) .
2. Montrer que la série $\sum u_n^2$ diverge et que la série $\sum u_n^3$ converge.
3. On considère la série entière $\sum_{n \geq 0} a_n x^n$. Quel est son rayon de convergence ? Étudier son comportement en 1 et en -1 .

Exercice 27 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2024 (RMS 135-1 1314)

1. Rappeler la définition du rayon de convergence d'une série entière. Montrer que pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$, le rayon de convergence de $\sum n^\alpha z^n$ est égal à 1.
2. Rayon de convergence et somme de $f: z \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} n^{(-1)^n} z^n$.
3. Rayon de convergence et somme de $g: z \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^{3n}}{(3n)!}$.

Exercice 28 (★★★★★) – Oral Centrale MP 2025 (RMS 136-1 1216)

1. Démontrer le théorème d'interversion série-intégrale sous convergence uniforme sur un segment.
2. Soit $I: x \in \mathbb{R}^+ \mapsto \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} e^{2\sqrt{x} \sin(t)} dt$. Montrer que I est développable en série entière sur $\mathbb{R}^+$.
3. Donner un équivalent en $+\infty$ de $g: x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{(n!)^2}$.

Exercice 29 (★★★★☆) – Oral Centrale PC 2022 (RMS 132-2 1066)

Pour $n \geq 2$ on pose $a_n = \sum_{k=2}^n \ln^2(k)$.

1. Déterminer un équivalent de a_n lorsque $n \rightarrow +\infty$.
2. Quelle est la nature de la série de terme général $\frac{1}{a_n}$?
3. Soit (u_n) une suite strictement positive qui tend vers $+\infty$. Peut-on affirmer que la série de terme général $\frac{1}{u_0 + u_1 + \dots + u_n}$ converge ?

Exercice 30 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2024 (RMS 134-1 1308)

Soit $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ et $F: x \mapsto \int_0^x f^2(t) dt$.

On suppose que $f(x)F(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \ell \in \mathbb{R}^{+*}$.

1. Montrer que f admet une limite en $+\infty$ et préciser cette limite.
2. Soit $g \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ telle que $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \ell' \in \mathbb{R}$. Montrer que $\frac{1}{x} \int_0^x g(t) dt \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \ell'$.
3. Trouver un équivalent de F et de f en $+\infty$.

Exercice 31 (★★★★☆) – Oral Centrale PSI 2026

On définit $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \int_0^{+\infty} \frac{1 - \cos(t)^n}{t^2} dt$.

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n$ existe.
2. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{\sqrt{n}}{2\sqrt{2}} v_n$ avec $v_n = \int_0^{+\infty} \frac{1 - \cos^n\left(\sqrt{\frac{2x}{n}}\right)}{x\sqrt{x}} dx$.
3. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x \in]0, 1[, \left|1 - \cos^n\left(\sqrt{\frac{2x}{n}}\right)\right| \leq x$.

4. En déduire l'équivalent $u_n \sim \sqrt{\frac{n\pi}{2}}$.

Exercice 32 (★★☆☆☆) – Oral Centrale PC 2022 (RMS 133-2 1197)

Soit f, g deux fonctions réelles continues sur un segment $[a, b]$ inclus dans $]0, +\infty[$ avec $g \geq 0$. Montrer qu'il existe $c \in [a, b]$ tel que $\int_a^b fg = f(c) \int_a^b g$.

Exercice 33 (★★★★★) – Oral Centrale MP 2022 (RMS 133-2 1076)

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On munit $M_n(\mathbb{R})$ du produit scalaire canonique $(A, B) \mapsto \text{Tr}(A^T B)$ et de la norme euclidienne associée N .

1. Montrer que $\forall A, B \in M_n(\mathbb{R}), N(AB) \leq N(A)N(B)$.
2. Montrer qu'il existe un réel $\alpha \geq 0$ tel que $\forall A \in M_n(\mathbb{R}), |\text{Tr}(A)| \leq \alpha N(A)$.
3. Montrer que la fonction $f: M \mapsto (\text{Tr}(M^k))_{1 \leq k \leq n}$ est différentiable, et calculer sa différentielle en tout point.
4. Soit $M \in M_n(\mathbb{R})$. Montrer que $\text{rg}(df(M))$ est égal au degré du polynôme minimal π_M de M .
5. En déduire que l'ensemble des matrices $M \in M_n(\mathbb{R})$ pour lesquelles $\pi_M = \chi_M$ est un ouvert de $M_n(\mathbb{R})$.

Exercice 34 (★★★★★) – Oral Centrale MP 2024 (RMS 135-1 1261)

1. Soit $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ différentiable. On suppose que f admet un extremum en $a \in \mathbb{R}^2$. Rappeler la valeur de $\nabla f(a)$ (avec démonstration).
2. Soit $\theta \in [0, \pi]$. Soient A et B deux points du cercle unité de $\mathbb{R}^2$ tels que $\widehat{AOB} = \theta$. Exprimer l'aire de la *lunule* constituée des points extérieurs au disque unité et intérieurs au disque de diamètre $[AB]$.
3. Soient A, B, C trois points du cercle unité tels que les trois angles $\widehat{AOB}, \widehat{BOC}$ et $\widehat{COA}$ sont dans $[0, \pi]$. Maximiser la somme des aires des trois lunules qu'ils définissent.

Si vous trouvez des erreurs, des simplifications, que vous avez des questions sur cette colle ou que vous voulez parler de maths vous pouvez m'envoyer un mail à l'adresse ci-dessous

Contact colleur

Mail : fabien.narbonne@posteo.net

Site internet : <https://fabiennarbonne.fr>